Japanese version shall be the authorized version: the English translation for reference only.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻　修士課程入学者選抜試験問題
(平成28年度10月期入学・平成29年度4月期入学)

Admissions for October 2016 and for April 2017

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

平成28年8月8日　9:00 – 12:00

August 8, 2016　9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎A
Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に 19 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the **"Problem Set A"** in 19 pages including this front cover.
   After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating "Over" at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎 A

A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9 の9問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer **4 questions** out of A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9.

A-1

下記のすべての問に答えよ. (English translation is given on the next page.)

(1) 下記の問に答えよ.

(a) 次の等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x|<1$$

(b) 次の微分の結果を求めよ.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\arcsin\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}, \quad |x|<1$$

(2) 次の積分の結果を求めよ.

$$\iint_D (x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \ D = \{\,(x,y)\mid x^2/a^2+y^2 \le 1\,\}, \ a>0$$

(3) 下記の問に答えよ. ただし, 行列 $\boldsymbol{A}$ は次式で与えられる.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

(a) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(b) $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}$ が対角行列となる正則行列 $\boldsymbol{P}$ の例を求めよ.

(c) n を正整数とする. $\boldsymbol{A}^n$ を求めよ.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions.

(a) Show that

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1.$$

(b) Find the following derivative.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\arcsin\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}, \quad |x| < 1$$

(2) Evaluate the following integral.

$$\iint_D (x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \;\; D = \{\,(x,y) \mid x^2/a^2 + y^2 \le 1\,\}, \;\; a > 0$$

(3) Answer the following questions. Note that matrix $\boldsymbol{A}$ is given as

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

(a) Find the eigenvalues and eigenvectors of matrix $\boldsymbol{A}$.

(b) Find an example of a regular matrix $\boldsymbol{P}$ such that $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}$ is diagonal.

(c) Let n be a positive integer. Find $\boldsymbol{A}^n$.

A-2

以下の設問 (1), (2), (3) から 2 つを選んで答えよ.
Answer two of the following questions (1), (2), and (3).

(1) フーリエ変換に関する下記の問に答えよ. ただし, 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で定義される.
Answer the questions below related to a Fourier transform. Note that the Fourier transform of a function $f(t)$ is defined as

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{i} = \sqrt{-1})$$

(a) 次の関数 $f_1(t)$ のフーリエ変換を求めよ.
Find the Fourier transform of $f_1(t)$ defined in the following.

$$f_1(t) = \begin{cases} \cos t & \left(|t| \leq \dfrac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \left(|t| > \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

(b) 問 (a) の結果を用いて, 次の関数 $f_2(t)$ が問 (a) の $f_1(t)$ に等しいことを示せ.
Show that $f_2(t)$ defined in the following equals to $f_1(t)$ of Question (a) taking the result of Question (a) into account.

$$f_2(t) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi(1-\omega^2)} \left\{\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)\omega + \cos\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\omega\right\} \mathrm{d}\omega$$

(2) 下記の微分方程式の一般解を求めよ.
Find the general solution of the following differential equation.

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - \frac{y}{x} - xy^2 = 0$$

(ヒント) $z = \dfrac{1}{y}$ と変数変換せよ.
(Hint) Change variables as $z = \dfrac{1}{y}$.

(3) 下記の問に答えよ.
Answer the following questions.

(a) 次の積分 I について, $z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ $(\mathrm{i} = \sqrt{-1})$ と置いて, z に関する複素積分で表せ.
By using $z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ $(\mathrm{i} = \sqrt{-1})$, express the following integral I in the complex integral with respect to z.

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{a + b\sin\theta}\mathrm{d}\theta \qquad (a > |b|)$$

(b) 問 (a) の結果を用いて, 積分 I を求めよ.
Evaluate the integral I taking the result of Question (a) into account.

A - 3

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 真空中に半径が a である完全導体の球があり、さらに球と同心の完全導体の球殻(内半径が b、外半径が c)がある。ここで、$a < b < c$ である。

Consider a sphere with its radius a, and a concentric spherical shell with its internal and external radii b and c, respectively, both of which are perfect conductors placed in the vacuum, where $a < b < c$.

(a) 球にq_1、球殻にq_2の電荷を与えたときの電界 $E(r)$ と電位 $V(r)$ を球の中心からの距離 r の関数として求めよ。さらに、静電エネルギーを求めよ。

Electric charge of q_1 and q_2 are given to the sphere and the spherical shell, respectively. Find the electric field $E(r)$ and the electric potential $V(r)$, where r is the distance from the center of the sphere. Then, find the electrostatic energy.

(b) 球と球殻の間の静電容量を求めよ。

Find the capacitance between the sphere and the spherical shell.

(c) 球と球殻の間を誘電体で満たした。ただし、その誘電率は $\varepsilon(r) = \varepsilon_a\ (a/r)^2 e^{(r-a)/H}$ で示される r の関数である。なお、ε_a と H はともに正の定数である。球と球殻の間の静電容量を求めよ。

The space between the sphere and the spherical shell is filled with a dielectric of dielectric constant $\varepsilon(r) = \varepsilon_a\ (a/r)^2 e^{(r-a)/H}$, which is a function of r. Both ε_a and H are positive constants. Find the capacitance between the sphere and the spherical shell.

(2) 電磁気学に関する次の用語を説明せよ。

Explain the meanings of the terms related to the electromagnetism shown below.

(a) (電気)影像法

(Electric) image method

(b) ビオ・サバールの法則

Biot-Savart law

(c) ファラデーの電磁誘導法則

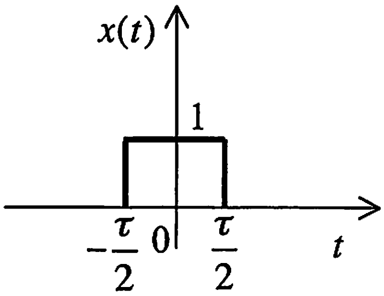
Faraday's law of electromagnetic induction

A-4

下記のすべての問に答えよ.
(English translation is given on the 3rd and 4th pages.)

(1) 以下の問に答えよ.

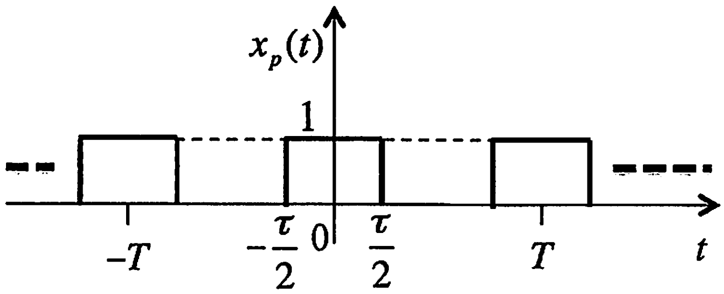
(a) 図(a)に示す信号 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(f)$ を導出し, 周波数スペクトルを図示せよ.



図(a)

(b) 図(b)に示す信号 $x_p(t)$ は次式で与えられる.

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - kT) \qquad (1)$$



図(b)

周期関数 $x_p(t)$ を次式のように複素フーリエ級数展開するとき, c_n を導出せよ.

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi nt/T} \qquad (2)$$

(c) 式(2)のフーリエ変換 $X_p(f)$ を導出し, $\tau = T/2$ のとき, $X_p(f)$ の周波数スペクトルを図示せよ.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(2) 次に示す変調信号$y(t)$に関する以下の問に答えよ.

$$y(t)=x_i(t)\cos 2\pi f_o t - x_q(t)\sin 2\pi f_o t$$

ここでf_oは搬送波の周波数であり，$x_i(t)$，$x_q(t)$はそれぞれＩチャネルおよびＱチャネルのベースバンド信号とする.

(a) $x_i(t)$，$x_q(t)$がそれぞれ最大周波数f_m $(f_m \ll f_o)$ をもつとする. このとき周波数f_o，初期位相ϕである搬送波で同期検波を行ったときのＩチャネルおよびＱチャネルの信号を示せ.

(b) $x_i(t)=\cos m(t)$，$x_q(t)=\sin m(t)$とする. ここで$m(t)$はシンボル間隔Tで下記の符号化がされた信号であるとする.

$$m(nT)=m((n-1)T)+\frac{2\mathrm{mod}(n,3)+1}{2}\pi \qquad (3)$$

ただし，nは 1 以上の整数，$m(0)=0$，$m(t)$は$(n-1)T \le t < nT$の範囲において$m((n-1)T)$であり，$\mathrm{mod}(n,3)$は整数nを 3 で割ったときの余りである. このときベースバンド信号の位相平面上の信号点を示せ.

(c) 問(b)の変調方式の名称およびその特徴を 2 つ示せ.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions.

(a) Find $X(f)$, which is the Fourier transform of $x(t)$ that is shown in Figure (a), and draw its frequency spectrum.

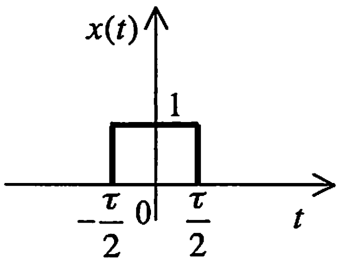


Figure (a)

(b) The signal $x_p(t)$, which is shown in Figure (b) is given by the following equation.

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - kT) \qquad (1)$$

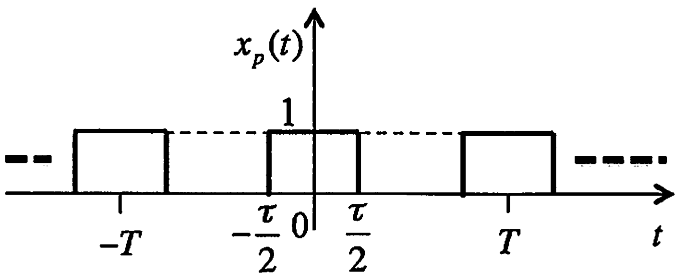


Figure (b)

Find c_n of the complex Fourier series of the periodic function $x_p(t)$, which is given by the following equation.

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi nt/T} \qquad (2)$$

(c) Find $X_p(f)$, which is the Fourier transform of $x_p(t)$ shown in Equation (2) and draw its frequency spectrum when $\tau = T/2$.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(2) Answer the following questions related to the modulated signal $y(t)$ shown below;

$$y(t) = x_i(t)\cos 2\pi f_o t - x_q(t)\sin 2\pi f_o t$$

where f_o is the frequency of the carrier, and $x_i(t)$ and $x_q(t)$ are baseband signals of I channel and Q channel, respectively.

(a) Consider that both $x_i(t)$ and $x_q(t)$ have maximum frequency f_m (with $f_m << f_o$). Derive the two signals of I channel and Q channel separated by a coherent detector with a frequency f_o and an initial phase ϕ.

(b) Consider that $x_i(t) = \cos m(t)$ and $x_q(t) = \sin m(t)$, where $m(t)$ is the signal coded by the equation shown below;

$$m(nT) = m((n-1)T) + \frac{2\text{mod}(n,3) + 1}{2}\pi \quad (3)$$

where T is the symbol duration, n is an integer greater than 0, $m(0) = 0$, $m(t) = m((n-1)T)$ for $(n-1)T \le t < nT$, and $\text{mod}(n,3)$ is the remainder when an integer n is divided by 3. Plot the baseband signal constellation.

(c) Answer the name of the modulation scheme shown in Question (b) and explain two characteristics of the scheme.

A-5

下記のすべての問に答えよ.

(English translation is given on the next page.)

(1) 図(a)に示す交流回路において, V_1/V_0が周波数によらず一定となる条件を求めよ.

(2) 図(b)に示す交流回路について下記の問に答えよ.

(a) V_k/V_0 $(k=1,2,\ldots,n)$ を求めよ.

(b) V_k/V_0 $(k=1,2,\ldots,n)$ が周波数によらず一定となる条件を求めよ.

(3) 図(c)は入力インピーダンスr_i, 電圧増幅度Gの増幅器を用いた回路である. 下記の問に答えよ.

(a) V_aを求めよ. (ヒント:重ね合わせの理やテブナンの定理を使うとよい.)

(b) V_2/V_1を求めよ.

(c) 電圧増幅度が無限大のときのV_2/V_1を求めよ.

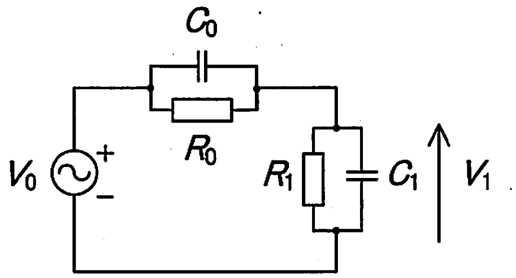


図 (a)
Figure (a)

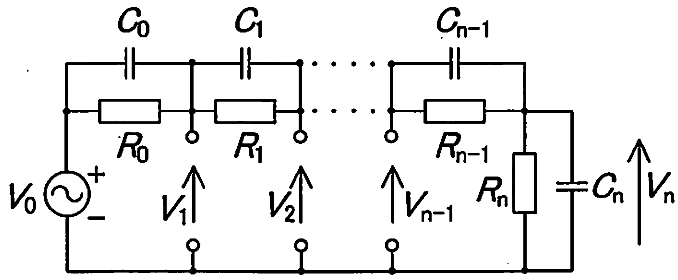


図 (b)
Figure (b)

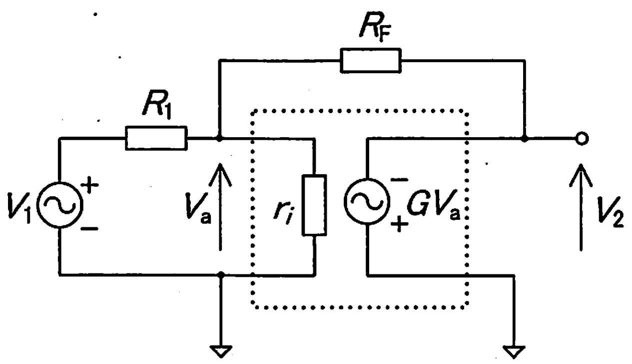


図 (c)
Figure (c)

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) For the AC circuit shown in Figure (a), find the condition at which V_1/V_0 becomes constant regardless of frequency.

(2) For the AC circuit shown in Figure (b), answer the following questions.

(a) Find V_k/V_0 $(k=1,2,\dots,n)$.

(b) Find the condition at which V_k/V_0 $(k=1,2,\dots,n)$ becomes constant regardless of frequency.

(3) Figure (c) shows a circuit with an amplifier with input impedance r_i and voltage amplification G. Answer the following questions.

(a) Find V_a. (Hint: Law of superposition or Thevenin's theorem is useful.)

(b) Find V_2/V_1.

(c) Find V_2/V_1 when the voltage amplification is infinitely large.

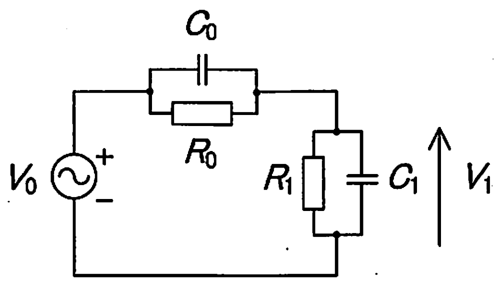


図 (a)
Figure (a)

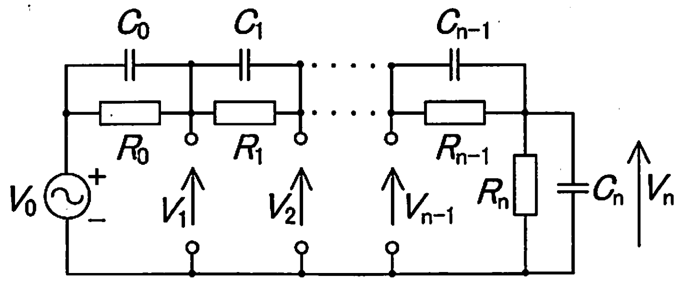


図 (b)
Figure (b)

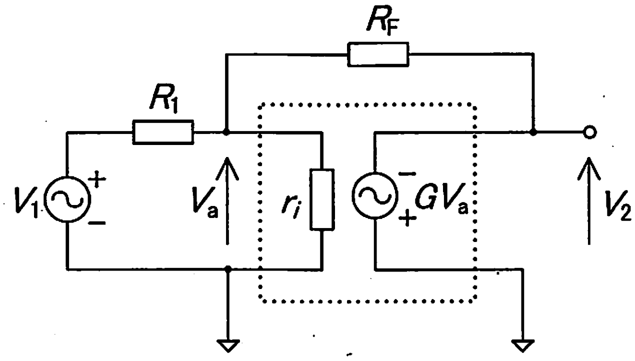


図 (c)
Figure (c)

A-6

下記のすべての問に答えよ．(English translation is given on the next page.)

(1) 表 (a) について問 (a) と問 (b) に答えよ．また、情報源記号 X, Y, Z をそれぞれ確率 0.5, 0.3, 0.2 で発生する記憶のない定常情報源 S について問 (c)〜(e) に答えよ．ただし，$\log_2 3 = 1.6$, $\log_2 5 = 2.3$ とせよ．

(a) 符号 C1〜C4 のうち一意復号可能な符号を全て挙げよ．

(b) 符号 C1〜C4 のうち瞬時符号を全て挙げよ．

(c) S を 2 元ハフマン符号により符号化せよ．また，その平均符号長を求めよ．

(d) S の 2 次の拡大情報源をブロックハフマン符号により 2 元符号化せよ．また，その時の 1 情報源記号あたりの平均符号長を求めよ．

(e) S に対し 2 元符号化を行なった場合の 1 情報源記号あたりの平均符号長の下限を求めよ．

表 (a)

情報源記号	C1	C2	C3	C4
A	0	0	0	0
B	01	01	01	10
C	011	10	10	110
D	111	0	11	111

(2) 巡回符号による誤りの検出を考える．次の生成多項式を用いた CRC (Cyclic Redundancy Check) 方式について以下のすべての問に答えよ．

$$G(x) = x^8 + x^2 + x^1 + 1$$

(a) この生成多項式では長さ L までのすべてのバースト誤りを検出できる．L はいくらか．理由とともに答えよ．但し，長さ L のバースト誤りパターンとは次のようなパターンである ($*$ は 0 または 1 であり，1 は誤りを表す)．

$$00\cdots00\overbrace{1**\cdots**1}^{L}00\cdots00$$

(b) 長さが $L+1$ のバースト誤りは検出できない場合が生じる．その一例を記せ．

(c) この生成多項式 $G(x)$ による割り算回路を記せ．

continued on next page
次　頁　へ　続　く

Answer all the following questions.

(1) Questions (a) and (b) are related to Table (a). Questions (c), (d), and (e) are related to a stationary memoryless information source, S, which generates information symbols X, Y, and Z with probabilities 0.5, 0.3, and 0.2, respectively. $\log_2 3 = 1.6$ and $\log_2 5 = 2.3$ may be used.

(a) Choose all uniquely decodable codes from C1 to C4.

(b) Choose all instantaneous codes from C1 to C4.

(c) Find a binary Huffman code of S and the average codeword length.

(d) Find a binary Huffman code for the second extension of S and the average codeword length per information symbol.

(e) Consider binary codes of S and find the lower limit of the average codeword length per information symbol.

Table (a)

Information symbol	C1	C2	C3	C4
A	0	0	0	0
B	01	01	01	10
C	011	10	10	110
D	111	0	11	111

(2) Let us consider an error detection scheme using a cyclic code. Answer all the following questions related to a cyclic redundancy check (CRC) code generated by the following polynomial.

$$G(x) = x^8 + x^2 + x^1 + 1$$

(a) A CRC code generated by this polynomial can detect any burst errors of length up to L. Find the value of L. Justify your answer, where a burst error pattern is defined to be the following error bit pattern ($*$ means either 0 or 1, where 1 means an error occurred).

$$00\cdots00\overbrace{1**\cdots**1}^{L}00\cdots00$$

(b) Some burst errors with length $L+1$ cannot be detected. Show such an example.

(c) Draw a division circuit by the generating polynomial $G(x)$.

A - 7

English translation is given on the next page.
以下の全ての問に答えよ．

図1は2分探索木 t に対して整数 i の探索を行う手続き SEARCH(t, i) の擬似コードである．t はノードへのポインタで，ノードは属性として整数 value とノードへのポインタ left, right を持つ．

```
SEARCH(t, i)
  if (t == NIL) return false;
  else if (i == t→value) return true;
  else if (i < t→value) return SEARCH(t→left, i);
  else return SEARCH(t→right, i);
```

図 1: 手続き SEARCH

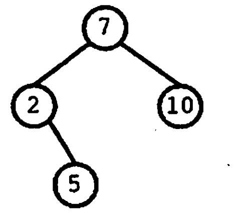


図 2: 2分探索木

(1) 2分探索木 t に対して整数 i を挿入する再帰的な手続き INSERT(t, i) の定義を擬似コードで示せ．t 中に既に存在する整数が挿入される場合には木はそのまま変化しない．出力が平衡木である必要はない．

(2) 2分探索木 t に対して整数 i を挿入する再帰的ではない手続き INSERT(t, i) の定義を擬似コードで示せ．t 中に既に存在する整数が挿入される場合には木はそのまま変化しない．出力が平衡木である必要はない．

(3) 図2の2分探索木に，(1) の INSERT を使って整数 8, 9, 4, 1 をこの順に挿入した後の2分探索木を図示せよ．

(4) 2分探索木 t から整数 i を削除する手続き DELETE(t, i) の擬似コードを示せ．i が t 中に存在しない場合には木はそのまま変化しない．出力が平衡木である必要はない．また，このコードに従って (3) で得られた2分探索木から 8, 5 を順に削除した結果を図示せよ．

(5) 図1の SEARCH を使って探索を行う際の探索コストを，訪れたノードの個数と定義する．例えば図2の2分探索木に対して，2，4，7 を探索した時のコストはそれぞれ 2，3，1 である．探索の対象となる整数 i ($1 \le i \le 10$) が以下の確率分布に従う時，図2の木に対する探索コストの期待値を求めよ．

$$
\begin{array}{ll}
P(i=1)=0.05 & P(i=6)=0.2 \\
P(i=2)=0.05 & P(i=7)=0.05 \\
P(i=3)=0.1 & P(i=8)=0.1 \\
P(i=4)=0.05 & P(i=9)=0.1 \\
P(i=5)=0.15 & P(i=10)=0.15
\end{array}
$$

(6) (5) の確率分布に従って探索が行われるとする．4つの整数 2,5,7,10 を保持した2分探索木のうち探索コストの期待値が最小になるもののひとつをその期待値とともに求めよ．また，どのように求めたかも説明せよ．

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

Figure 1 shows the pseudocode of proceduce SEARCH(t, i) to search a given integer i in a binary search tree t. t is a pointer to a node, which has attributes value (which is an integer) and left and right (which are pointers to nodes).

```
SEARCH(t, i)
  if (t == NIL) return false;
  else if (i == t→value) return true;
  else if (i < t→value) return SEARCH(t→left, i);
  else return SEARCH(t→right, i);
```

Figure 1: Procedure SEARCH

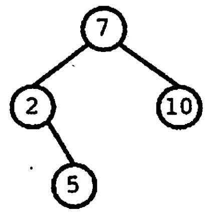


Figure 2: A binary search tree

(1) Show the pseudocode of a *recursive* procedure INSERT(t, i) to insert an integer i to a binary search tree t. If i is already stored, t remains the same. The output need not be balanced.

(2) Show the pseudocode of a *nonrecursive* procedure INSERT(t, i) to insert an integer i to a binary search tree t. If i is already stored, t remains the same. The output need not be balanced.

(3) Show the binary search tree after inserting 8, 9, 4, and 1 in this order to the binary search tree in Figure 2 by using the procedure INSERT that you gave in Question (1).

(4) Show the pseudocode of a procedure DELETE(t, i) to delete an integer i from a binary search tree t. If i is not stored, t remains the same. The output need not be balanced. Show also the binary tree after deleting 8 and 5 (by using the procedure DELETE) in this order from the binary search tree obtained in Question (3).

(5) Define the *search cost* of searching an item (using SEARCH of Figure 1) by the number of visited nodes. For example, the costs of searching 2, 4, and 7 in the binary search tree in Figure 2 are 2, 3, and 1, respectively. Suppose that the input i to SEARCH follows the probabilistic distribution below. Show the expected value of the search cost for the tree in Figure 2.

$P(i = 1) = 0.05$	$P(i = 6) = 0.2$
$P(i = 2) = 0.05$	$P(i = 7) = 0.05$
$P(i = 3) = 0.1$	$P(i = 8) = 0.1$
$P(i = 4) = 0.05$	$P(i = 9) = 0.1$
$P(i = 5) = 0.15$	$P(i = 10) = 0.15$

(6) Suppose the input i to SEARCH follows the probabilistic distribution of (5). Show a binary search tree which holds four integers $2, 5, 7$, and 10 and whose expected value of the search cost is minimum. Explain how it is obtained and show the expected value.

A-8

以下の全ての設問に答えよ.
Answer all the following questions.

(1) 2進表現について, 以下の問に答えよ.
Answer the following questions on the binary number system.

(a) +24 および −24 を8ビットの2の補数表現で表せ.
Express +24 and −24 in the 8-bit two's complement representation.

(b) 8ビットの2の補数表現の2進数 01110000 および 11110000 を8ビット符号・絶対値表現に変換せよ.
Convert 8-bit two's complement binary numbers 01110000 and 11110000 into the 8-bit sign-and-magnitude representation.

(c) 次の8ビットの2の補数表現の2進数体系での加算の結果を示せ.
Show the results of the following additions in the 8-bit two's complement binary number system.

(i) 11110000+11110000 (ii) 11110000+01110000 (iii) 01110000+01110000

(d) 6ビットの2の補数表現の2進数 110000 を8ビットに拡張せよ.
Extend the 6-bit two's complement number 110000 to 8-bit.

(2) IEEE 754 規格の単精度2進浮動小数点数について, 以下の問に答えよ.
Answer the following questions on IEEE 754 single-precision binary floating point numbers.

(a) −9.375 を IEEE 754 規格の単精度 2 進浮動小数点表現で表せ.
Express −9.375 in IEEE754 single-precision binary floating point representation.

(b) 次の IEEE754 規格の単精度2進浮動小数点数の加算の結果を IEEE754 規格の単精度 2 進浮動小数点表現で示せ. 丸めモードは「最近接丸め」を仮定せよ
Show the result of the following addition of IEEE754 single-precision binary floating point numbers in IEEE754 single-precision binary floating point representation. Assume that the rounding mode is "round to the nearest".

0_10100000_11010000000000000000000 + 0_10001100_01011000000000000000000

(3) 次の三つの実現方式のプロセッサにおいて, 実行命令数が 1,000,000 で, 命令ミックスが, クラスA:50%, クラスB:30%, クラスC:10%, クラスD:10%であるプログラムを実行した場合の計算時間を求めよ.
Show the execution time of a program of 1,000,000 executed instructions with instruction mix of class A: 50%, B: 30%, C: 10%, and D: 10%, in the following three processor implementations.

(a) クロック周波数が 500MHz の単一サイクル方式のプロセッサ
Single-cycle implementation with clock frequency of 500 MHz

(b) クロック周波数が 2GHz で, 命令のクラス毎のCPI (clock cycles per instruction) が, クラスA:3, クラスB:4, クラスC:5, クラスD:3 であるマルチサイクル方式のプロセッサ
Multiple-cycle implementation with clock frequency of 2 GHz, and CPI (clock cycles per instruction) of instructions in class A, B, C, and D being 3, 4, 5, and 3, respectively

(c) クロック周波数が 2GHz の5段パイプライン方式のプロセッサ. ただし, クラスDの命令で必ず1サイクルだけストールし, 他のパイプライン・ハザードは発生しない.
5-stage pipelined implementation with clock frequency of 2 GHz
It stalls one cycle for instructions in class D. There is no other pipeline hazard.

A-9

下記の全ての問いに答えよ．プログラムはすべて Scheme で記述すること．整数値のオーバーフロー・アンダーフローは起こらないものと仮定せよ．必要であれば，補助手続きを定義して使って良い．

Answer all the following questions. Write your programs in Scheme. Assume that integer overflows and underflows do not happen. You may define auxiliary procedures if you need.

(1) 以下の仕様を満たす関数 append を書け．append はリスト `l1`, `l2` を受け取り，`l1` と `l2` を連結したリストを返す．例えば，`(append '() '())`, `(append '() (list 1))`, `(append (list 1) '())`, `(append (list 1) (list 2))` の実行結果はそれぞれ `()`, `(1)`, `(1)`, `(1 2)` となる．

Write a function append that takes lists `l1`, `l2` as arguments and returns the list obtained by concatenating `l1` and `l2`. For example, `(append '() '())`, `(append '() (list 1))`, `(append (list 1) '())`, and `(append (list 1) (list 2))` are evaluated to `()`, `(1)`, `(1)`, and `(1 2)`, respectively.

(2) 以下の仕様を満たす関数 `list-ref` と `list-update` を書け．`list-ref` はリスト `l` と整数 `i` を受け取り `l` の `i` 番目の要素を返す．`list-update` はリスト `l` と整数 `i` と値 `v` を受け取り，`l` の `i` 番目の要素を `v` に置き換えたリストを返す．ただし，リストの先頭の要素を 0 番目と数える．`i` は 0 以上でリストの長さよりも小さい値が与えられると仮定してよい．(すなわち，リスト `l` の「`i` 番目」が存在するかどうかのチェックは省いて良い．) 例えば，`(list-ref (list 1 2 3 4) 0)`, `(list-ref (list 1 2 3 4) 2)`, `(list-update (list 1 2 3 4) 0 100)`, `(list-update (list 1 2 3 4) 3 100)` の実行結果はそれぞれ 1, 3, `(100 2 3 4)`, `(1 2 3 100)` となる．

Write functions `list-ref` and `list-update` that satisfy the following specification. `list-ref` takes a list `l` and an integer `i` as arguments and returns the `i`-th element of `l`. `list-update` takes a list `l`, an integer `i`, and a value `v` as arguments and returns the list that is obtained by replacing the `i`-th element of `l` with `v`. The index `i` is 0-origin. You may assume that `i` is greater than or equal to 0 and less than the length of `l`; therefore, you do not need to check whether the `i`-th element of `l` exists. For example, by evaluating `(list-ref (list 1 2 3 4) 0)`, `(list-ref (list 1 2 3 4) 2)`, `(list-update (list 1 2 3 4) 0 100)`, and `(list-update (list 1 2 3 4) 3 100)`, you will obtain 1, 3, `(100 2 3 4)`, and `(1 2 3 100)`, respectively.

(3) n 個のコップがあり，それぞれの容量が c_i であるとする．また，それぞれに量 w_i の水が入っているものとする．($n > 0$, $c_i \geq 0$, かつ $0 \leq w_i \leq c_i$ とする．) 容量 c のコップに水が w 入っている状態を cons セル `(c . w)` で表現することにすると，n 個のコップの状態はリスト $((c_0 \cdot w_0) \ \ldots \ (c_{n-1} \cdot w_{n-1}))$ で表現することができる．このリストを**コップ状態**と呼ぶことにしよう．例えば，コップ 0 の容量が 2 で水量が 1，コップ 1 の容量が 5 で水量が 2 であることを表現するコップ状態はリスト `((2 . 1) (5 . 2))` である．以下の問に答えよ．

We consider n cups each of which has capacity c_i and each cup holds water of quantity w_i. (We assume $n > 0$, $c_i \geq 0$, and $0 \leq w_i \leq c_i$.) The state of these n cups can be expressed using a list $((c_0 \cdot w_0) \ \ldots \ (c_{n-1} \cdot w_{n-1}))$ if we use a cons cell `(c . w)` for a cup whose capacity is c and with water of quantity w. We call this list a *cup state*. For example, the cup state `((2 . 1)`

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(5 . 2)) represents the state in which the cup 0 has capacity 2 and holds water of quantity 1, and the cup 1 has capacity 5 and holds water of quantity 2. Answer the following questions.

(a) $0 \leq i < n$ なる整数 i について，コップ i の水量が 0 となるようにコップ状態を変更する操作を $discard_i$ と呼ぶことにする．この操作を実装する関数 `discard` を，コップ状態 `l` と整数 `i` を引数として受け取り，操作 $discard_i$ を施した後のコップ状態を返す関数として書け．例えば `(discard (list (cons 2 1) (cons 5 2)) 1)` の評価結果は `((2 . 1) (5 . 0))` となる．

An operation $discard_i$ to a cup state, where the integer i satisfies $0 \leq i < n$, changes the quantity of the water in the cup i to 0. Write a function `discard` that implements this operation. The function `discard` takes a cup state `l` and an integer `i` as arguments, and returns the cup state obtained by applying $discard_i$ to `l`. For example, `(discard (list (cons 2 1) (cons 5 2)) 1)` is evaluated to `((2 . 1) (5 . 0))`.

(b) $0 \leq i < n$ を満たす整数 i について，コップ i の水量を容量一杯にする操作を $fill_i$ と呼ぶことにする．この操作を実装する関数 `fill` を，コップ状態 `l` と整数 `i` を引数として受け取り，操作 $fill_i$ を施した後のコップ状態を返す関数として書け．例えば `(fill (list (cons 2 1) (cons 5 2) 1)` の評価結果は `((2 . 1) (5 . 5))` となる．

An operation $fill_i$ to a cup state, where the integer i satisfies $0 \leq i < n$, fills the cup i with water. Write a function `fill` that implements this operation. The function `fill` takes a cup state `l` and an integer `i` as arguments, and returns the cup state obtained by applying $fill_i$ to `l`. For example, `(fill (list (cons 2 1) (cons 5 2) 1)` is evaluated to `((2 . 1) (5 . 5))`.

(c) $i \geq 0$, $j \geq 0$, $i < n$, かつ $j < n$ なる整数 i, j について，コップ i の水をコップ j に容量一杯まで移す操作を $move_{i,j}$ と呼ぶことにする．コップ i の水の量が $c_j - w_j$ 以下である場合は，コップ i の水をすべてコップ j に移す．この操作を実装する関数 `move` を，コップ状態 `l`, 整数 `i`, `j` を引数として受け取り操作 $move_{i,j}$ を施した後のコップ状態を返す関数として書け．例えば `(move (list (cons 2 1) (cons 5 2)) 1 0)` の評価結果は `((2 . 2) (5 . 1))` となり，`(move (list (cons 2 1) (cons 5 2)) 0 1)` の評価結果は `((2 . 0) (5 . 3))` となる．実装において関数 `discard`, `fill` を用いて良い．

An operation $move_{i,j}$ to a cup state, where the integers i and j satisfy $i \geq 0$, $j \geq 0$, $i < n$, and $j < n$, moves the water in the cup i to the cup j so that the cup j becomes full. If the quantity of the water in cup i is less than or equal to $c_j - w_j$, then this operation moves all the water in the cup i to the cup j. Write a function `move` that implements this operation. The function `move` takes a cup state `l`, an integer `i`, and integer `j` as arguments, and returns the cup state obtained by applying $move_{i,j}$ to `l`. For example, `(move (list (cons 2 1) (cons 5 2)) 1 0)` is evaluated to `((2 . 2) (5 . 1))` and `(move (list (cons 2 1) (cons 5 2)) 0 1)` is evaluated to `((2 . 0) (5 . 3))`. You may use the functions `discard` and `fill` in your code.

(d) 関数 `interp` は，**命令**のリスト `is` と初期コップ状態 `l` を受け取り，`l` に `is` 中の操作を先頭から順番に施した結果を返す関数である．`is` が空リストの場合は `l` をそのまま返す．命令は操作 $discard_i$ を表す（`'discard i`)，操作 $fill_i$ を表す（`'fill i`)，操作 $move_{i,j}$ を表

continued on next page
次 頁 へ 続 く

す ('move i j) のいずれかである．例えば (define l (list ('fill 1) ('move 1 0) ('discard 0))) と (interp l (list (2 . 1) (5 . 2))) を順次 Scheme インタプリタに入力すると，応答は ((2 . 0) (5 . 4)) となる．関数 interp を書け．実装において関数 discard, fill, move を用いて良い．

A function interp takes a list of *instructions* is and an initial cup state l as arguments, and returns the cup state obtained by applying each instruction in is to l sequentially. If is is empty, then this function returns l. An instruction is either ('discard i) that represents the operation $discard_i$, ('fill i) that represents the operation $fill_i$, or ('move i j) that represents the operation $move_{i,j}$. For example, if we feed (define l (list ('fill 1) ('move 1 0) ('discard 0))) and (interp l (list (2 . 1) (5 . 2))) to a Scheme interpreter sequentially, then its response is ((2 . 0) (5 . 4)). Write the function interp. You may use the functions discard, fill, and move in your code.