Japanese version shall be the authorized version; the English translation for reference only.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻　修士課程入学者選抜試験問題
(平成27年度10月期入学・平成28年度4月期入学)

Admissions for October 2015 and for April 2016

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

平成27年8月6日　9:00 – 12:00

August 6, 2015　9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎A

Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に17 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the **"Problem Set A"** in 17 pages including this front cover.
   After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating "Over" at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎A

$\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, $\boxed{\text{A-9}}$ の9問から**4問**を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer **4 questions** out of $\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, and $\boxed{\text{A-9}}$.

$\boxed{\text{A - 1}}$

下記のすべての問に答えよ．

Answer all the following questions.

(1) $x > 0$ に対し，$\Gamma(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-t}\, t^{x-1}\, \mathrm{d}t$ を考える．

Define $\Gamma(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-t}\, t^{x-1}\, \mathrm{d}t$ for $x > 0$.

(a) $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ が成り立つことを示せ．

Show that $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ holds.

(b) 次の積分を $\Gamma(x)$ で表せ．

Express the following integral by using $\Gamma(x)$.

$$\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-s^2}\, s^{2x-1}\, \mathrm{d}s$$

(c) $\Gamma\left(\dfrac{1}{2}\right)$ の値を求めよ．次の等式が成り立つとする．

Suppose that the following equality holds. Find $\Gamma\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-s^2}\, \mathrm{d}s = \sqrt{\pi}$$

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(2) n を自然数とする．V を n 次元線形空間，$\{e_1, e_2, \cdots, e_n\}$ を V の一つの基底とする．$a_1, a_2, \cdots, a_n$ を V の n 個の元とする．a_i $(1 \leq i \leq n)$ を $a_i = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j$ と表して，t_{ji} を成分とする行列 $T = (t_{ji})_{1 \leq i, j \leq n}$ を考える．

Let n be a natural number. Let V be an n-dimensional vector space. Let $\{e_1, e_2, \cdots, e_n\}$ be one basis of V. Let $a_1, a_2, \cdots, a_n$ be n elements of V. a_i $(1 \leq i \leq n)$ are expressed by $a_i = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j$. Let elements of a matrix T be t_{ji}, such that $T = (t_{ji})_{1 \leq i, j \leq n}$.

(a) a_i, e_j を並べた行列 $(a_1\, a_2\, \cdots\, a_n)$, $(e_1\, e_2\, \cdots\, e_n)$ が，次式を満たすことを示せ．
Let matrices $(a_1\, a_2\, \cdots\, a_n)$ and $(e_1\, e_2\, \cdots\, e_n)$ be n-tuples of a_i and e_j, respectively. Show the following equality holds.

$$(a_1\, a_2\, \cdots\, a_n) = (e_1\, e_2\, \cdots\, e_n)T$$

(b) $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ が V の基底であれば，行列 T が正則であることを示せ．
If $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ is another basis of V, show that the matrix T is regular.

(c) 行列 T が正則であれば，$\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ が V の基底であることを示せ．
If the matrix T is regular, show that $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ is another basis of V.

A-2

下記の問 (1), (2), (3) から 2 つを選んで答えよ.
Answer two of the following questions (1), (2), and (3).

(1) フーリエ変換に関する下記の問に答えよ. ただし, 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で定義される.
Answer the following questions related to a Fourier transform. Note that the Fourier transform of a function $f(t)$ is defined as

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{i} = \sqrt{-1})$$

(a) 次の関数 $f_1(t)$ のフーリエ変換を求めよ. ただし, $a > 0$ である.
Find the Fourier transform of $f_1(t)$ defined in the following, where $a > 0$.

$$f_1(t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|t|}{a} & (|t| \leq a) \\ 0 & (|t| > a) \end{cases}$$

(b) 問 (a) の結果を用いて, 次の関数 $f_2(t)$ のフーリエ変換を求めよ. ただし, $b > 0$ で, N は正の整数である.
Find the Fourier transform of $f_2(t)$ defined in the following taking the result of Question (a) into account. Note that $b > 0$ and N is a positive integer.

$$f_2(t) = \sum_{n=-N}^{N} f_1(t - nb)$$

(2) 下記の問に答えよ.
Answer the following questions.

(a) 下記の微分方程式の一般解を求めよ.
Find the general solution of the following differential equation.

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + 2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 5y = \mathrm{e}^{-x} + 2x\mathrm{e}^{-x}$$

(b) 次の $x = 0$ における境界条件を満たす問 (a) の解を求めよ.
Find the solution of Question (a) which satisfies the following boundary conditions at $x = 0$.

$$y = 1, \ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0, \ (x = 0)$$

(3) 留数定理を用いて, 次の積分 I を求めよ. ただし, $a > 0$ である.
Evaluate the following integral I by using the residue theorem, where $a > 0$.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + a^4}\mathrm{d}x$$

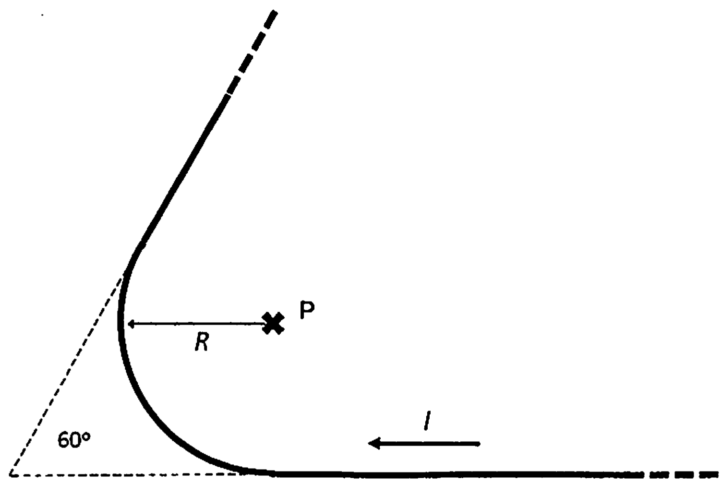
A-3

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 図に示すように、真空中の平面に無限長の導線が置かれている。図中で導線の2つの直線部分の交差角は 60° である。また、湾曲部分は点Pを中心とする半径 R の円弧であり、2つの直線部分と点Pの距離も R である。この導線に図中に示す方向の定常電流 I が流れているとき、点Pにおける磁場の強さと向きを求めよ。

Consider an infinitely long wire placed on a plane in vacuum as shown in the figure. A pair of straight portions of the wire intersect at an angle of 60°. The curved portion of the wire is an arc centered at point P with radius R, and the distance between the pair of straight portions and point P is R. When stationary electric current I flows throughout this wire in the direction shown in the figure, find magnitude and direction of the magnetic field at point P.



(2) 電磁気学に関する次の用語を説明せよ。

Explain the meanings of the terms related to the electromagnetism shown below.

(a) (電気)影像法
(Electric) image method

(b) ストークスの定理
Stokes' theorem

(c) 誘電分極
Dielectric polarization

A-4

下記のすべての問に答えよ．
English translation is given on the next page.

(1) 白色雑音に関する以下の問に答えよ．

(a) 図 (a) に白色雑音 $n(t)$ の両側電力スペクトル密度 $S_{\mathrm{n}}(f)$ を示す．$S_{\mathrm{n}}(f) = N_0/2$ とする．ウィーナー・ヒンチンの定理について詳述し，この定理を用いて白色雑音の自己相関関数 $R_{\mathrm{n}}(\tau)$ を導出せよ．

(b) 問 (a) の白色雑音 $n(t)$ を図 (b) に示す伝達関数 $H(f)$ を有する帯域通過フィルタに入力する．このフィルタ出力の自己相関関数 $R(\tau)$ を導出せよ．

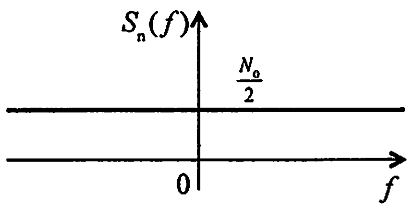


図 (a)

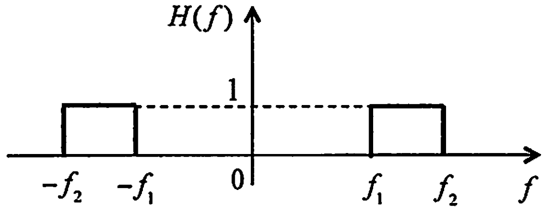


図 (b)

(c) 図 (c) に示すように，問 (a) の白色雑音 $n(t)$ と振幅変調波信号 $u_{\mathrm{AM}}(t)$ を図 (b) の帯域通過フィルタに入力する．出力信号 $y(t)$ の信号対雑音電力比 γ を導出せよ．ただし，振幅変調波信号 $u_{\mathrm{AM}}(t)$ は次式で与えられ，$0 < p < \frac{f_2 - f_1}{2}$，$f_{\mathrm{c}} = \frac{f_1 + f_2}{2}$ とする．

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = A[1 + m_{\mathrm{a}} \cos(2\pi pt)] \cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$$

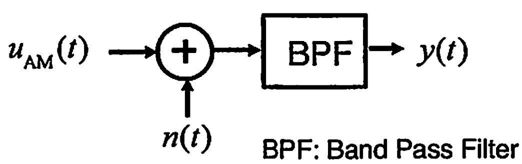


図 (c)

(2) 次に示す信号 $z(t)$ に関する以下の問に答えよ．ここで $h(t)$ をこの信号 $z(t)$ に対する受信フィルタのインパルス応答とする．

$$z(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t - kT)\cos(2\pi ft) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t - kT)\sin(2\pi ft)$$

ここで，$p(t)$ は送信パルス波形，T はシンボル間隔，f は搬送波の周波数，$i[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$，$q[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$ はそれぞれ I チャネルと Q チャネルの情報系列とする．

(a) 信号 $z(t)$ の変調方式名を答えよ．

(b) 加法性白色ガウス雑音存在下で信号対雑音電力比を最大化する $h(t)$ と $p(t)$ の関係を示せ．

(c) 符号間干渉を生じない条件を満たす $p(t)$ と $h(t)$ の例を示せ．

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to white noise.

(a) Figure (a) shows the double-sideband power spectral density $S_n(f)$ of white noise. $S_n(f) = N_0/2$. Explain Wiener-Khintchine theorem in detail. Find the autocorrelation function $R_n(\tau)$ of white noise by using this theorem.

(b) White noise $n(t)$ of Question (a) is fed to the band pass filter of which transfer function is $H(f)$. $H(f)$ is shown in Figure (b). Find the autocorrelation function $R(\tau)$ of the output signal of this filter.

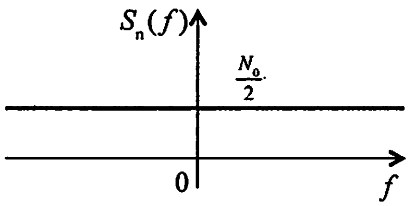


Figure (a)

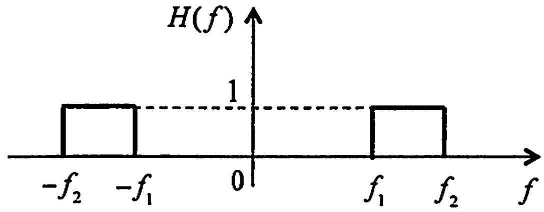


Figure (b)

(c) White noise $n(t)$ of Question (a) and an amplitude modulation signal $u_{AM}(t)$ are fed to the band pass filter of Figure (b) as shown in Figure (c). Find the signal to noise power ratio γ of the output signal $y(t)$ provided that an amplitude modulation signal is expressed in the following equation:

$$u_{AM}(t) = A[1 + m_a \cos(2\pi pt)] \cos(2\pi f_c t),$$

where $0 < p < \dfrac{f_2 - f_1}{2}$ and $f_c = \dfrac{f_1 + f_2}{2}$.

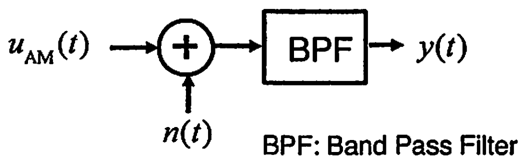


Figure (c)

(2) Answer the following questions related to the signal $z(t)$ shown below. Assume $h(t)$ is the impulse response of the receive filter for $z(t)$.

$$z(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t - kT)\cos(2\pi ft) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t - kT)\sin(2\pi ft)$$

where $p(t)$ represents the transmit pulse shape, T is the symbol duration, f is the carrier frequency, and $i[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}, q[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$ are the information sequences of I-channel and Q-channel, respectively.

(a) Answer the name of the modulation scheme of the signal $z(t)$.

(b) Show the relation between $p(t)$ and $h(t)$ which maximizes the signal to noise power ratio in the presence of additive white Gaussian noise.

(c) Show examples of $p(t)$ and $h(t)$ which satisfy the zero intersymbol interference condition.

A-5

下記のすべての問に答えよ.

(English translation is given on the next page.)

(1) 図(a)に示すように，内部インピーダンスZ_Sの電源と負荷Z_Lの間に2端子対回路網(4端子回路網)を接続する. 2端子対回路網がインピーダンス整合を達成するための条件を求めよ. ただし縦続行列の定義は以下の通りである. ただしZ_SとZ_Lはともに純抵抗とする.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

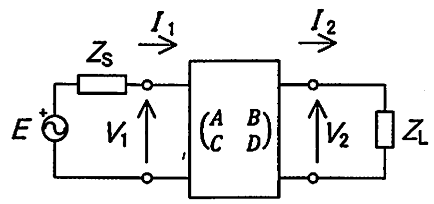


図 (a)
Figure (a)

(2) 図(b)は理想的な演算増幅器を用いた回路である. 演算増幅器の入力端子電圧を求めるための等価回路を図(c)に示す. 下記の問に答えよ.

(a) 重ね合せの理を用いてV_a, V_b, およびV_dを求めよ.

(b) 仮想短絡の条件を示せ.

(c) V_O/V_Iを求めよ.

(d) この回路がバンドパスフィルタとして機能することを説明せよ. 中心周波数における増幅度を求めよ.

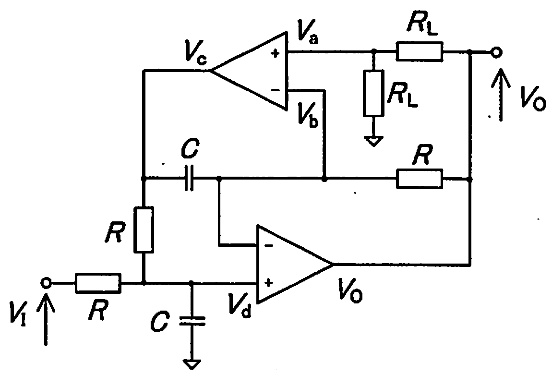


図 (b)
Figure (b)

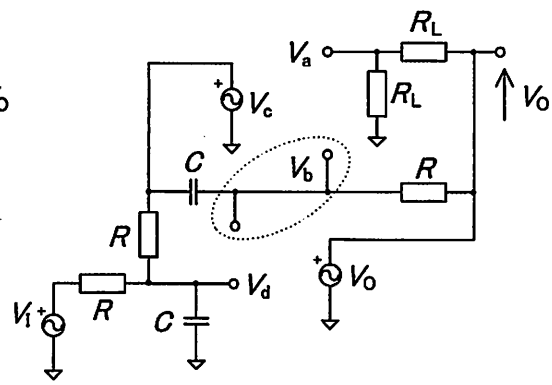


図 (c)
Figure (c)

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) As shown in Figure (a), a two-port network (four-terminal network) is inserted between the voltage source with internal impedance Z_S and the load Z_L. Z_S and Z_L are pure resistance. Find the condition for the two-port network to achieve the impedance matching, while definition of the cascade parameters is as follows:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}.$$

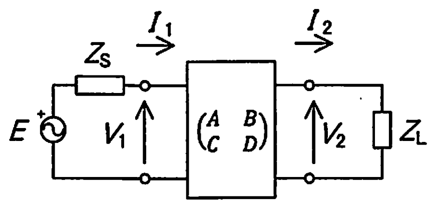


図 (a)
Figure (a)

(2) Figure (b) shows the circuit with ideal operational amplifiers. The equivalent circuit for describing voltages at input port of the operational amplifiers is shown in Figure (c). Answer the following questions.

(a) Find V_a, V_b, and V_d by using law of superposition.

(b) Show conditions of virtual short.

(c) Find V_O / V_I.

(d) Explain that this circuit is functional as a band-pass filter. Find amplification at the center frequency.

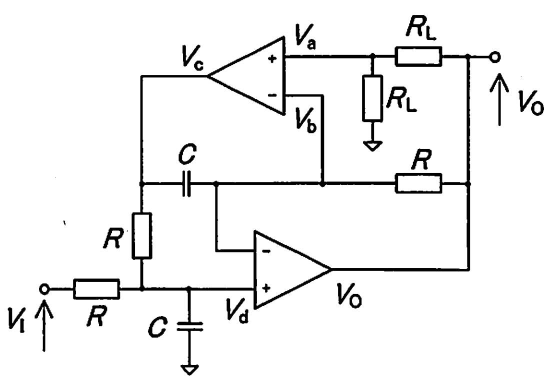


図 (b)
Figure (b)

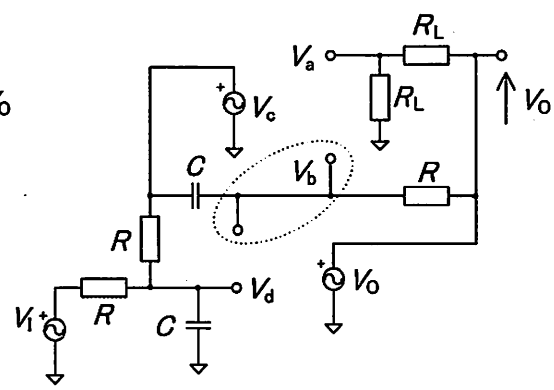


図 (c)
Figure (c)

A-6

下記のすべての問に答えよ．(English translation is given on the next page.)

(1) $\mathrm{S_A}$ と $\mathrm{S_B}$ は記憶のない定常情報源であり，$\mathrm{S_A}$ は情報源記号 0，1 をそれぞれ 0.8，0.2 の確率で，$\mathrm{S_B}$ は 0，1 をそれぞれ 0.6，0.4 の確率で発生させる．以下の問に答えよ．ただし，$\log_2 3 = 1.6$，$\log_2 5 = 2.3$ とせよ．

(a) $\mathrm{S_A}$ のエントロピーを算出せよ．

(b) $\mathrm{S_B}$ の 2 次の拡大情報源に対し 2 元ハフマン符号化を施したときの情報源記号 1 つあたりの平均符号長を算出せよ．

(c) 情報源 $\mathrm{S_X}$ は 2 つの状態をもち，状態 $\mathrm{s_A}$ では $\mathrm{S_A}$ として，状態 $\mathrm{s_B}$ では $\mathrm{S_B}$ として情報源記号を発生させる．$\mathrm{S_X}$ が 1 を発生させると，その状態が遷移する．$\mathrm{S_X}$ の状態遷移図を描け．

(d) 問 (c) の $\mathrm{S_X}$ の定常分布を求めよ．

(e) 問 (c) の $\mathrm{S_X}$ のエントロピーを算出せよ．

(2) 下記に示す通信路符号化に関する問に答えよ．ただし，符号 C を生成多項式が $G(x) = x^5 + x^2 + 1$ である符号長 31 の 2 元巡回符号とする．

(a) 符号語多項式 $W(x)$ と生成多項式 $G(x)$ が満たすべき条件を述べよ．

(b) 多項式表現 $x^9 + x^7 + x^6 + x^5 + 1$ で表される符号語は，符号 C の符号語か否か判定せよ．

(c) 多項式表現 $x^{30} + x^{28}$ で表される符号語は，符号 C の符号語か否か判定せよ．

(d) 符号 C の検査ビット数は何ビットか求めよ．

(e) 多項式表現 $x^3 + 1$ の情報ビット列が与えられた場合の符号語の多項式表現を組織符号の形で示せ．

(f) 符号 C の最小距離を求めよ．

(g) 符号 C を用いた際，何個の誤りを訂正できるか求めよ．

(h) 通信路符号化の目的を述べよ．

(i) 通信路符号化定理を述べよ．

continued on next page
次　頁　へ　続　く

Answer all the following questions.

(1) $\mathrm{S_A}$ and $\mathrm{S_B}$ are stationary memoryless information sources. $\mathrm{S_A}$ generates information symbols 0 and 1 with probabilities 0.8 and 0.2, respectively, while $\mathrm{S_B}$ generates 0 and 1 with probabilities 0.6 and 0.4, respectively. Answer the following questions. $\log_2 3 = 1.6$ and $\log_2 5 = 2.3$ may be used.

  (a) Find the value of the entropy of $\mathrm{S_A}$.

  (b) Find a binary Huffman code for the second extension of $\mathrm{S_B}$ and the expected codeword length per symbol.

  (c) An information source $\mathrm{S_X}$ has two states and generates information symbols as $\mathrm{S_A}$ and $\mathrm{S_B}$ when its state is $\mathrm{s_A}$ and $\mathrm{s_B}$, respectively. $\mathrm{S_X}$ transits from a state to the other state when it generates 1. Draw the state diagram of $\mathrm{S_X}$.

  (d) Find the stationary distribution of $\mathrm{S_X}$ in Question (c).

  (e) Find the value of the entropy of $\mathrm{S_X}$ in Question (c).

(2) Answer the following questions related to channel coding. Let C be the binary cyclic code of length 31 that has generator polynomial $G(x) = x^5 + x^2 + 1$.

  (a) Explain the condition that codeword polynomial $W(x)$ and generator polynomial $G(x)$ must satisfy.

  (b) Determine whether $x^9 + x^7 + x^6 + x^5 + 1$ is a codeword polynomial of C or not.

  (c) Determine whether $x^{30} + x^{28}$ is a codeword polynomial of C or not.

  (d) Find the number of parity check bits of C.

  (e) Find the codeword polynomial for the message polynomial $x^3 + 1$ in a systematic form.

  (f) Find the minimum distance of C.

  (g) Find how many errors C can correct.

  (h) Explain the purpose of channel coding.

  (i) Explain the channel coding theorem.

A-7

ハッシュ表に関する下記のすべての問に答えよ.
English translation is given on the next page.

(1) 以下は開番地法を使ってハッシュ表にデータの挿入を行う手続きの擬似コードである. (下線とそれについた番号は設問用の注釈でコードの一部ではない.)

```
procedure insert(H, datum)
begin
  c := 0;
  p := Hash(datum);
  while (H[p] != -1 && H[p] != datum && (i)c <= HASHSIZE )
  begin
    c := c + 1;
    p := (p + (ii)1) mod HASHSIZE;
  end

  if (H[p] == -1) then H[p] := datum
  else if (H[p] == datum) then Error("The datum already exists")
  else Error("Table Overflow")
end
```

ただし, datum は正整数, H[i] はハッシュ表を表す整数配列であり, 要素が -1 である場合, データが格納されていないことを意味する. HASHSIZE は表のサイズ (配列 H の大きさ) で素数, Hash はハッシュ関数で Hash(x) = x mod HASHSIZE と定義されていると仮定する. (mod は剰余を求める演算子である.)

(a) HASHSIZE = 13 で, 以下の整数データを左から順に insert を使って (全要素が -1 で初期化された) H に挿入した後, H の各要素がどのような値を保持しているか示せ.

$$50, 169, 76, 193$$

(b) 下線部 (i) の条件が必要な理由を説明せよ.

(c) 下線部 (ii) を c + c - 1 と変更した. HASHSIZE = 13 で, 以下の整数データを左から順に insert を使って (全要素が -1 で初期化された) H に挿入した後, H の各要素がどのような値を保持しているか示せ.

$$50, 169, 76, 193$$

(d) 下線部 (ii) を 1 とする場合と, c + c - 1 とする場合のふたつの定義を比較し長所・短所を述べよ.

(e) 下線部 (ii) を c + c - 1 とすると, 下線部 (i) を c <= (HASHSIZE + 1) / 2 に変更しても手続きの挙動が変わらない. この理由を説明せよ.

(2) ハッシュ値が衝突した場合の解決方法であるチェイニング法とは何かを説明し, 開番地法と比較しての長所・短所を述べよ.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions about hash tables.

(1) The following pseudocode shows a procedure to insert a datum to a hash table using open addressing. (The numbered underlines, used to state questions, are not part of the code.)

```
procedure insert(H, datum)
begin
  c := 0;
  p := Hash(datum);
  while (H[p] != -1 && H[p] != datum && (i)c <= HASHSIZE )
  begin
    c := c + 1;
    p := (p + (ii)1) mod HASHSIZE;
  end

  if (H[p] == -1) then H[p] := datum
  else if (H[p] == datum) then Error("The datum already exists")
  else Error("Table Overflow")
end
```

The parameter datum can be assumed to be a positive integer. H[i] is an array of integers and represents a hash table; an element storing -1 means that there is no datum. HASHSIZE, the size of the table (i.e., the size of the array H), is a prime number. Hash is a hashing function and defined as Hash(x) = x mod HASHSIZE. (mod is the modulo operation.)

(a) Suppose HASHSIZE = 13. Show the elements of H after inserting the following integers to H (where every element is initialized to -1) in this order.

$$50, 169, 76, 193$$

(b) Explain why the condition at the underlined part (i) is required.

(c) Modify the underlined part (ii) to c + c - 1 and suppose HASHSIZE = 13. Show the elements of H after inserting the following integers to H (where every element is initialized to -1) in this order.

$$50, 169, 76, 193$$

(d) Compare the two versions (the one where the underlined part (ii) is 1 and the one where it is c + c - 1) and discuss their advantages and disadvantages.

(e) Suppose the underlined part (ii) is c + c - 1. The behavior of the procedure remains the same if the underlined part (i) is changed to c <= (HASHSIZE + 1) / 2. Explain why.

(2) Explain chaining, another method for collision resolution. Compare it with open addressing and discuss their advantages and disadvantages.

A-8

下記のすべての設問に答えよ. Answer all the following questions.

(1) 2進表現について, 以下の問に答えよ.
Answer the following questions on the binary number system.

(a) 次の数を8ビットの2の補数表現で表せ.
Express the following numbers in the 8-bit two's complement representation.
(i) +78　　(ii) −66

(b) 次の8ビットの2の補数表現の2進数を8ビット符号付き絶対値表現に変換せよ.
Convert the following 8-bit two's complement binary numbers into the 8-bit sign-and-magnitude representation.
(i) 00001111　　(ii) 11110000

(c) 次の8ビットの2の補数表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ.
Show the results of the following additions and subtractions in the 8-bit two's complement binary number system.
(i) 11001100+10101010　　(ii) 10101010+01010101
(iii) 10101011−10101100　　(iv) 01010110−11001100

(d) 8ビットの2の補数表現の2進数体系で 10101011 を1ビット算術右シフトした結果を示せ.
Show the result of the 1-bit arithmetic right shift operation on 10101011 in the 8-bit two's complement binary number system.

(2) 次の6ビットの2の補数表現の2進数に対する部分積加算をステップごとに示すことにより Wallace-tree 乗算器と配列型乗算器の違いを説明せよ.

被乗数: 011011, 乗数: 101101

Explain difference between a Wallace-tree multiplier and an array multiplier showing each step of partial product accumulation for the following pair of 6-bit two's complement binary numbers.

Multiplicand: 011011,　Multiplier: 101101

(3) クロック周波数 2GHz で動作する, ロード／ストア・アーキテクチャで5ステージ・パイプライン方式のプロセッサがある. ロード命令の結果が直後の命令で使用される場合, および, 分岐命令で分岐が成立する場合とジャンプ命令の場合に1サイクルストールするものとし、その他のハザードはないものとする。このプロセッサで, 実行命令数が 100,000 で, 命令の出現頻度が ALU 命令:50%, ロード:20%, ストア:15%, 分岐:10%, ジャンプ:5%のプログラムを実行した場合の実行時間を求めよ. プログラム中で, ロード命令の結果が直後の命令で使用される割合は 50%, 分岐命令で分岐が成立する割合は 40%であるとする. (答えを導出した過程も示すこと.)

Consider a processor with load/store architecture which has a 5-stage instruction pipeline and operates with 2 GHz clock. Assume that the processor stalls for one clock cycle when the result of a 'load' instruction is used by the next instruction, or a 'branch' is taken, or a 'jump' is done, and there is no other pipeline hazards. Show the execution time of a program by assuming that the number of executed instructions is 100,000, the instruction-mix is ALU: 50%, load: 20%, store: 15%, branch: 10%, and jump: 5%, and the ratio of load-use stall is 50% and the ratio of branch stall is 40%. (Show also the derivation process of your answer.)

A-9

English translation is given on the next page.

下記の全ての問いに答えよ．整数値のオーバーフロー・アンダーフローは起こらないものと仮定せよ．必要であれば，補助手続きを定義して使って良い．

言語 $\mathcal{L}$ の構文は以下の BNF で定義される．

$$\begin{array}{llll} c & (\text{コマンド}) & ::= & \mathit{add} \mid \mathit{decr} \mid \mathit{whilez}\ p \\ p & (\text{プログラム}) & ::= & c_1; \ldots; c_n \quad (n \geq 1). \end{array}$$

ここで $c_1;\ldots;c_n$ はコマンドの長さ 1 以上の列である．言語 $\mathcal{L}$ のプログラムの状態は整数を格納するレジスタと整数を格納するアキュムレータのペアで表現される．各コマンド，プログラムの意味は以下のとおりである．

- コマンド *add*: アキュムレータ値をレジスタ値だけ増やす．レジスタ値は変化しない．例えば，レジスタ値が 3，アキュムレータ値が 5 の状態で *add* を実行するとレジスタ値が 3，アキュムレータ値が 8 となる．
- コマンド *decr*: レジスタ値を 1 減らす．アキュムレータ値は変化しない．
- コマンド *whilez p*: レジスタ値が 0 ならば状態を変化させない．レジスタ値が 0 でなければプログラム p を実行し，その後再び *whilez p* を実行する．
- プログラム $c_1;\ldots;c_n$: $c_1,\ldots,c_n$ を逐次実行する．例えば，プログラム $\mathit{add};\mathit{decr}$ をレジスタ値 5，アキュムレータ値 0 で実行すると，実行後にはレジスタ値 4，アキュムレータ値 5 の状態になる．

(1) プログラム $\mathit{whilez}(\mathit{add};\mathit{decr})$ をレジスタ値が正の整数 n，アキュムレータ値が 0 である状態で実行すると，実行後の状態はどのようになっているか．

(2) 以下の条件を満たすプログラム p と状態 s の組を一つ与えよ: 状態 s でプログラム p を実行すると，実行が停止しない．

(3) 以下は言語 $\mathcal{L}$ のコマンドを解釈実行する Scheme 手続き interp の実装の一部である．

```
(define (interp state c)
  (let  ((reg (car state)) (acc (cdr state)))
  (cond ((add? c) (cons reg [   (a)   ]))
        ((decr? c) [   (b)   ])
        ((whilez? c) (let ((commands (whilez-commands c))) [   (c)   ])))))
```

状態はレジスタ値とアキュムレータ値の cons セルで表現している．(add? c)，(decr? c)，(whilez? c) は，c がそれぞれ *add*, *decr*, *whilez* コマンドを表す抽象構文木であれば#t に，そうでなければ#f に評価される式である．(whilez-commands c) は，c が $\mathit{whilez}(c_1;\ldots;c_m)$ を表す抽象構文木であるときに，$c_1;\ldots;c_m$ をそれぞれの抽象構文木の cons リストとして得る手続きである．空欄 (a)，(b)，(c) を埋め正しいプログラムにせよ．

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(4) 言語 $\mathcal{L}$ を以下のように拡張したい.

- アキュムレータを整数のスタックとする.
- *add* 命令はアキュムレータのトップの値を，現在のレジスタ値だけ増やす命令とする．例えば，レジスタ値が 3，アキュムレータがスタック $(5,3,2)$ (5 がトップ) の状態で *add* を実行すると，アキュムレータは $(8,3,2)$ となる．(レジスタ値は変化しない.)
- コマンドとして，レジスタ値をアキュムレータのトップにプッシュする命令 *push* と，アキュムレータのトップをポップし，レジスタ値をポップされた値に変化させる命令 *pop* を追加する.

拡張された言語を解釈実行するために interp をどのように変更すればよいか説明せよ．上に定義されていない言語仕様は定義し，どのように定義したかを解答中で明示すること.

Answer all the following questions. Assume that integer overflows and underflows do not happen. You may define auxiliary procedures if you need.

The syntax of language $\mathcal{L}$ is defined by the following BNF:

$$\begin{array}{llll} c & \text{(commands)} & ::= & \mathit{add} \mid \mathit{decr} \mid \mathit{whilez}\ p \\ p & \text{(programs)} & ::= & c_1; \ldots ; c_n \quad (n \geq 1) \end{array}$$

where $c_1; \ldots ; c_n$ is a sequence of commands whose length is more than or equal to 1. A *state* of an $\mathcal{L}$ program is expressed by a pair of a *register* that holds an integer and an *accumulator* that holds an integer. Intuition of each command and a program is as follows.

- Command *add* increases the accumulator value by the register value. For example, if *add* is executed under a state with register value 3 and accumulator value 5, then the resulting state is the pair of register value 3 and accumulator value 8.
- Command *decr* decrements the register value by 1; it does not change the accumulator value.
- Command *whilez p* does not change the state if the register value is 0; otherwise, it executes the program p and then executes *whilez p* again.
- Program $c_1; \ldots ; c_n$ sequentially executes $c_1, \ldots, c_n$. For example, if program *add*; *decr* is executed under the state with register value 5 and accumulator value 0, then the resulting state after the execution is the pair of register value 4 and accumulator value 5.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(1) What is the state after the execution of program *whilez*(*add*; *decr*) if the initial register value n is positive and the initial accumulator value is 0?

(2) Give a program p and a state s that satisfy the following condition: Program p, if executed under the state s, does not terminate.

(3) The following is a part of the implementation of a Scheme procedure `interp` that interprets $\mathcal{L}$ commands.

```
(define (interp state c)
  (let  ((reg (car state)) (acc (cdr state)))
  (cond ((add? c) (cons reg [  (a)  ]))
        ((decr? c) [  (b)  ])
        ((whilez? c) (let ((commands (whilez-commands c))) [  (c)  ])))))
```

A state is expressed by a cons cell of a register value and an accumulator value. Expressions `(add? c)`, `(decr? c)`, and `(whilez? c)` evaluate to `#t` if `c` is an abstract syntax tree that expresses the command *add*, the command *decr*, and the command *whilez*, respectively; they evaluate to `#f` otherwise. Expression `(whilez-commands c)` evaluates, if `c` is an abstract syntax tree expressing *whilez*($c_1;\ldots;c_m$), to a cons list of the abstract syntax trees of $c_1,\ldots,c_m$. Fill `(a)`, `(b)`, and `(c)` so that `interp` correctly interprets a command.

(4) We would like to extend the language $\mathcal{L}$ as follows.

- An accumulator is a stack of integers.
- Command *add* increases the top of the accumulator by the register value. For example, if *add* is executed under a state with register value 3 and accumulator $(5,3,2)$ where 5 is the top, then the resulting accumulator is $(8,3,2)$. (The register value does not change.)
- Add the following two commands: *push* that pushes the register value to the top of the accumulator; *pop* that pops the top of the accumulator and sets the popped value to the register.

Explain how to change `interp` to interpret the extended language. You should define the behavior that is undefined above; you should explicitly state how you define such behavior.